

ALGORITHME DE LA DESCENTE DE GRADIENT ET FILTRAGE COLLABORATIF

A3 - WMMFB40

EX 1. ALGORITHME DE LA DESCENTE DE GRADIENT

1.1 Calculer les gradients des fonctions suivantes définies dans un espace de dimension 2 ?

$$\mathcal{L}(\mathbf{w}) = w_1^2 + w_1 * w_2 + w_2^2 \quad (1)$$

$$\mathcal{L}(\mathbf{w}) = \sqrt{w_1^2 + w_2^2} \quad (2)$$

$$\mathcal{L}(\mathbf{w}) = \log(1 + e^{-w_1 - w_2}) \quad (3)$$

$$\mathcal{L}(\mathbf{w}) = e^{-w_1 - w_2} \quad (4)$$

$$\mathcal{L}(\mathbf{w}) = \frac{12 \cos\left(\frac{w_1^2 + w_2^2}{4}\right)}{3 + w_1^2 + w_2^2} \quad (5)$$

$$\mathcal{L}(\mathbf{w}) = (a - w_1)^2 + b(w_2 - w_1^2)^2; \text{ pour } (a, b) \in \mathbb{R}_+^2 \quad (6)$$

1.2 Donner les mises à jour des poids d'après l'algorithme de la descente de gradient pour l'apprentissage de l'algorithme de Perceptron

EX 2. APPRENTISSAGE DE REPRÉSENTATION POUR LE FILTRAGE COLLABORATIF

Nous allons considérer le problème du filtrage collaboratif via l'apprentissage de représentation des utilisateurs et des items dans un espace latent commun. Soit $\mathcal{R}_{app} = \{r_{ui}; u \in \mathcal{U}, i \in \mathcal{V}\}$ l'ensemble des scores données par les utilisateurs aux items de la base d'entraînement. On pose \mathbf{U} et \mathbf{I} les matrices des utilisateurs et des items qui doivent être apprises. Les vecteurs de représentation $\mathbf{U}_u \in \mathbb{R}^d$ et $\mathbf{V}_i \in \mathbb{R}^d$ correspondent aux vecteurs de représentation de l'utilisateur $u \in \mathcal{U}$ et de l'item $i \in \mathcal{I}$ dans l'espace latent. Les matrices \mathbf{U} et \mathbf{V} sont trouvées en minimisant la fonction:

$$\operatorname{argmin} R_m(A, \mathbf{U}, \mathbf{V}) = \sum_{r_{ui} \in \mathcal{R}_{app}} (r_{ui} - \mathbf{U}_u^\top \mathbf{V}_i)^2 + \lambda(\|\mathbf{U}_u\|^2 + \|\mathbf{V}_i\|^2)$$

2.1 Calculer les gradients de R_m par rapport à \mathbf{U}_u et \mathbf{V}_i .

2.2 Donner un schéma de mise à jour des vecteurs de représentation \mathbf{U}_u et \mathbf{V}_i .